
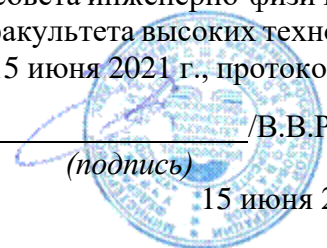


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

**УТВЕРЖДЕНО**  
решением Ученого совета инженерно-физического  
факультета высоких технологий  
от 15 июня 2021 г., протокол № 11

Председатель \_\_\_\_\_ /В.В.Рыбин/  
(подпись)  
15 июня 2021 г.



### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина:	Математический анализ
Факультет:	Математики, информационных и авиационных технологий
Кафедра:	Прикладная математика
Курс:	1

Направление (специальность): **20.03.01 «Техносферная безопасность»** (бакалавриат)  
(код направления(специальности), полное наименование)

Профиль: «Защита в чрезвычайных ситуациях».

Дата введения в учебный процесс УлГУ:            «01» сентября 2021г.



Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №1 от 31 августа 2022г.


Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №1 от 30 августа 2023г.

Программа актуализирована на заседании кафедры: протокол №1 от 29 августа 2024г.

Сведения о разработчиках:

ФИО	Аббревиатура кафедры	Ученая степень, звание
Бурмистрова Валентина Геннадьевна	ПМ	Кандидат физико-математических наук

СОГЛАСОВАНО	СОГЛАСОВАНО
Заведующий кафедрой прикладной математики, реализующей дисциплину	Заведующий выпускающей кафедрой
 _____ /Бутов А.А. _____ / Подпись                      ФИО «10»июня 2021г.	 _____ Варнаков В.В. _____ / Подпись                      ФИО «10»июня 2021г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

### 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины "Математический анализ" - ознакомление с фундаментальными методами исследования переменных величин посредством анализа бесконечно малых, основу которого составляет теория дифференциального и интегрального исчисления.

#### Цели

Целями учебной дисциплины являются:

1. овладение начальными знаниями по математическому анализу, необходимыми для изучения других дисциплин специальности;
2. развитие навыков решения задач по математическому анализу.

#### Задачи

Основными задачами учебной дисциплины являются:

1. формирование у студентов комплексных знаний об основных структурах анализа;
2. приобретение студентами навыков и умений по решению простейших задач математического анализа.

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП:

Дисциплина является обязательной и относится к обязательной части «Дисциплины (модули)» основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), устанавливаемой вузом. Данная дисциплина является одной из профилирующих дисциплин в системе подготовки бакалавра по направлению 20.03.01 «Техносферная безопасность». Она адекватно знакомит студентов со следующими разделами и методами математики (в соответствии с утвержденным стандартом):


- роль математики;
- понятия множества, числа, функции, последовательности, предела;
- элементы математического анализа;
- дифференциальное исчисление функций одной переменной;
- интегральное исчисление функций одной переменной.


Объектами изучения в данной дисциплине являются, прежде всего, функции. С их помощью могут быть сформулированы как законы природы, так и разнообразные процессы, происходящие в технике. Отсюда объективная важность математического анализа как средства изучения функций. Дисциплина читается в 1-ом и 2-ом семестрах 1-ого курса студентам очной формы обучения.

Дисциплина «математический анализ» базируется на знаниях и умениях, полученных студентами в школе.

### 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Код и наименование реализуемой компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций
ОК-9- способность использовать приемы первой помощи, методы защиты в условиях чрезвычайных ситуаций	<p><b>Знать:</b> приемы первой помощи, методы защиты в условиях чрезвычайных</p> <p><b>Уметь:</b> оценивать степень опасности возможных последствий аварий, катастроф и стихийных бедствий для производственного персонала и населения, оказывать первую помощь пострадавшим;</p> <p><b>Владеть:</b> навыками использования приемов оказания первой помощи, защиты производственного персонала и населения от возможных последствий аварий,</p>

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		
	катастроф и стихийных бедствий.	
-10- способность к познавательной деятельности	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>инженерные методы расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов, используемых в конструкциях различных сооружений, в инженерной и спасательной технике;</li> <li>основы конструирования, методы рационального выбора размеров и других параметров деталей и узлов общего назначения.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>рассчитывать усилия, действующих в элементах конструкций, деталях и узлах различных технических устройств;</li> <li>выбирать рациональные параметры элементов конструкций, деталей и узлов механизмов и машин общего назначения.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>умением методами синтеза различных механизмов и основами выбора их приводов; методами расчета конструкций по несущей способности;</li> </ul>	
-11-способность к абстрактному и критическому мышлению, исследованию окружающей среды для выявления ее возможностей и ресурсов, способностью к принятию нестандартных решений и разрешению проблемных ситуаций	<p><b>Знать:</b> основные понятия о загрязнении окружающей среды; показатели качества окружающей среды, характеристику промышленных отходов и загрязнений</p> <p><b>Уметь:</b> применять физико-химические методы и методики для оценки загрязнения объектов окружающей среды, прогнозировать и оценивать последствия антропогенных и природных воздействий на окружающую среду и социальную среду.</p> <p><b>Владеть:</b> методами оценки эффективности мероприятий инженерной защиты окружающей среды.</p>	
К-1- способность учитывать современные тенденции развития техники и технологий в области обеспечения техносферной безопасности, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий в своей профессиональной	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>основные законы и принципы механики и их применение для определения нагрузок, кинематических и динамических характеристик материальных тел;</li> <li>инженерные методы расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов, используемых в конструкциях различных сооружений, в инженерной и спасательной технике;</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>рассчитывать усилия, действующих в элементах конструкций, деталях и узлах различных технических устройств;</li> </ul>	


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет		Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины			
деятельности	<ul style="list-style-type: none"> <li>определять кинематические и динамические характеристики различных механизмов и машин, выбирать рациональные способы обеспечения требуемых значений этих характеристик;</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>умением методами синтеза различных механизмов и основами выбора их приводов; методами расчета конструкций по несущей способности;</li> </ul>		
ОПК-2-способность использовать основы экономических знаний при оценке эффективности результатов профессиональной деятельности	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>б организационных основах управления силами и средствами РСЧС и ГО в условиях чрезвычайных ситуаций;</li> <li>об организации управленческой деятельности должностных лиц органов управления РСЧС и ГО в условиях чрезвычайных ситуаций;</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>разрабатывать управленческое решение руководителя работ по ликвидации чрезвычайной ситуации;</li> <li>разрабатывать распорядительные и отчетные документы при проведении работ по ликвидации чрезвычайных ситуаций;</li> </ul> <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>методами работы должностных лиц органов управления РСЧС и ГО при организации мероприятий по предупреждению и ликвидации чрезвычайных ситуаций.</li> </ul>		

#### 4. ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах (всего) -8ЗЕ.

4.2. Объем дисциплины по видам учебной работы (в часах):

Вид учебной работы	Количество часов (форма обучения <u>очная</u> )			
	Всего по плану	В т.ч. по семестрам		
		1 семестр	2 семестр	3 семестр
1	2	3	4	5
Контактная работа обучающихся с преподавателем	102	54	48	
Аудиторные занятия:	102	54	48	
Лекции	34	18	16	
практические и семинарские занятия	68	36	32	
лабораторные работы (лабораторный практикум)				
Самостоятельная работа	114	54	60	
Текущий контроль		2 контрольные	2 контрольные	


Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет		Форма		
Ф - Рабочая программа дисциплины				
(количество и вид: конт. работа, коллоквиум, реферат)		работы	работы	
Курсовая работа				
Виды промежуточной аттестации (экзамен, зачет)	72	36	36	
Всего часов по дисциплине	288	144	144	


\*В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий в таблице через слеш указывается количество часов работы ППС с обучающимися для проведения занятий в дистанционном формате с применением электронного обучения.

#### 4.3. Содержание дисциплины (модуля.) Распределение часов по темам и видам учебной работы:

Форма обучения очная

Название и разделов и тем	Всего	Виды учебных занятий					Форма текущего контроля знаний
		Аудиторные занятия			Занятия в интерактивной форме	Самостоятельная работа	
		лекции	практические занятия, семинары	лабораторная работа			
1	2	3	4	5	6	7	
<b>Раздел 1. Введение в математический анализ</b>							
1. Множества и функции	7	1*	2*		2	4	
2. Поле действительных чисел	7	1	2			4	
3. Предел последовательности	10	2	4			4	
4. Предел функции	10	2*	4*		4	4	
5. Непрерывные функции	8	2*	2*		2	4	
<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной</b>							
6. Дифференцируемые функции	10	2	4			4	
7. Основные теоремы дифференциального исчисления	9	1	2*		2	6	
8. Исследование функций с помощью производных.	10	2	4			4	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет				Форма			
Ф - Рабочая программа дисциплины							
Построение графика функции.							
<b>Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной</b>							
9. Первообразные и неопределённый интеграл	10	2*	4*		4	4	
10. Определённый интеграл Римана	9	1	2*		2	6	
11. Длина и мера числовых подмножеств	7	1	2*		2	4	
12. Геометрические приложения интеграла	11	1	4			6	
Экзамен по дисциплине	36						
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>18</b>	<b>36</b>		<b>18</b>	<b>54</b>	
<b>Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных</b>							
13. Вещественные пространства и топология	12	2*	4*		2	6	
14. Вектор-функции многих переменных	12	2	4			6	
15. Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы	12	2*	4*		2	6	
16. Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа	16	2*	6*		4	8	
<b>Раздел 5. Числовые ряды</b>							
17. Несобственные интегралы	12	2	3*		2	8	
18. Числовые ряды	16	2*	5*		3	10	
<b>Раздел 6. Функциональные последовательности и ряды</b>							
19. Функциональные последовательности и ряды	14	3*	3*		1	8	

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет				Форма			
Ф - Рабочая программа дисциплины							
20. Ряды Фурье	14	1*	3*		2	8	
Экзамен по дисциплине	36						
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>16</b>	<b>32</b>		<b>16</b>	<b>60</b>	
<b>Всего</b>	<b>288</b>	<b>34</b>	<b>68*</b>		<b>34</b>	<b>114</b>	

\*Указанные занятия проводятся частично в интерактивной форме.

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### Раздел 1. Введение в математический анализ

#### Тема 1. Множества и функции.

Множества и операции над ними. Отношения на множествах. Функции. Простейшая классификация функций. Свойства функций. Функция как отношение. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Счётные множества и их свойства. Мощность множества рациональных чисел. Существование несчётных множеств. Континуум. Мощность множества всех подмножеств данного множества.

#### Тема 2. Поле действительных чисел.

Принципы минимума и математической индукции. Определение поля и упорядоченного поля. Примеры. Грани числовых множеств. Полное поле. Неполнота поля  $\mathbb{Q}$ . Вещественные числа как бесконечные дроби. Плотность  $\mathbb{Q}$  в  $\mathbb{R}$ . Принципы полноты поля  $\mathbb{R}$ . Открытые и замкнутые множества в  $\mathbb{R}$ , их свойства. Понятие секвенциальной компактности. Принцип Больцано-Вейерштрасса. Понятие компактности. Лемма Бореля-Лебега.

#### Тема 3. Предел последовательности.

Определение предела последовательности. Единственность. Ограниченность сходящейся последовательности. Арифметические свойства. Предельный переход в неравенствах. Фундаментальность. Критерий Коши. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число  $e$ . Подпоследовательность и частичный предел последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса. Нижний и верхний пределы последовательности. Их свойства.

#### Тема 4. Предел функции.


Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Гейне и Коши. Бесконечно малые и финально ограниченные величины. Их свойства. Арифметические свойства предела функции. Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции по базе. Предел композиции функций. Критерий Коши существования предела функции. Сравнение асимптотического поведения функций. Св

#### Тема 5. Непрерывные функции.

Непрерывность функции в точке. Различные определения. Непрерывность основных элементарных функций. Односторонние пределы. Точки разрыва и их классификация. Колебание функции в точке. Критерий непрерывности Бэра. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака, непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Глобальные свойства: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и её следствие. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении. Критерий непрерывности монотонной функции. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Теорема об обратной функции.

### Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

#### Тема 6. Дифференцируемые функции.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Примеры вычисления. Односторонние производные. Касательная. Производные суммы, произведения, частного. Дифференцируемость функции в точке. Связь с существованием производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Дифференциал, его свойства, геометрический смысл. Производная сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

**Тема 7.** Основные теоремы дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля и теорема Лагранжа о конечном приращении. Теорема Коши. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши. Локальная формула Тейлора. Формулы Тейлора основных элементарных функций. Оценка остаточного члена. Приближённые вычисления. Правило Лопиталя.

**Тема 8.** Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.

Условия монотонности функции. Необходимые условия внутреннего экстремума. Достаточные условия экстремума (в том числе в терминах высших производных). Выпуклая функция. Необходимые и достаточные условия выпуклости для дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Схема полного исследования функции. Построение графиков.

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной**

**Тема 9.** Первообразные и неопределённый интеграл.

Правила неопределённого интегрирования: линейность, замена переменных и подстановка в интеграл, интегрирование по частям. Таблицы интегралов. Интегрирование рациональных функций. Правило Остроградского интегрирования рациональных функций. Подстановки Эйлера.

**Тема 10.** Определённый интеграл Римана.

Единственность интеграла Римана. Необходимое условие интегрируемости по Риману. Суммы Дарбу и формулы Дарбу и интеграл Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Свойства интеграла Римана: аддитивность по мере, линейность, замена переменных и интегрирование по частям. Непрерывность и дифференцируемость интеграла Римана, как функции верхнего предела. Интегральные теоремы о среднем.

**Тема 11.** Длина и мера числовых подмножеств.

Числовые множества нулевой длины и нулевой меры. Их свойства. Длина и мера числовых подмножеств. Множества, измеримые по Жордану. Множество Кантора и его свойства.

**Тема 12.** Геометрические приложения интеграла.


Вычисление площадей фигур, длин линий, заданных явными декартовыми уравнениями, параметрически и в полярных координатах. Нахождение объёмов тел вращения и площадей их поверхности. Нахождение центров тяжести фигур и тел, а также – моментов.

### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 13.** Вещественные пространства и топология.

Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры. Метрики в  $R^n$ . Полные метрические пространства, полнота  $R^n$ . Свойства непрерывных отображений метрических пространств. Свойства компактных и секвенциально–компактных подмножеств метрических пространств. Критерий компактности в  $R^n$ . Связные подмножества топологических пространств. Сохранение связности при непрерывных отображениях. Теорема



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Больцано. Выпуклые и линейно-связные подмножества в  $\mathbb{R}^n$ .

**Тема 14.** Вектор-функции многих переменных.

Вариация вектор-функций. Теорема Жордана о функциях ограниченной вариации. Пути и кривые в  $\mathbb{R}^n$ , длина кривой, касательная к кривой.

**Тема 15.** Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы.

Частные производные и теорема Шварца о равенстве смешанных частных производных. Дифференцируемость функций многих переменных, дифференциал  $dF(x)$  отображения  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  и его свойства. Матрица Якоби  $J_F(x)$ . Достаточное условие дифференцируемости в точке. Теорема о дифференциале сложной функции и «цепное правило» вычисления частных производных. Теорема о дифференциале обратной функции. Формула Тейлора для гладких числовых функций многих переменных. Второй дифференциал числовой функции многих переменных. Формулировки теоремы о локальном диффеоморфизме и теоремы о неявной функции и её дифференциале. Касательная плоскость к поверхностям в  $\mathbb{R}^n$ , определение и способы задания. Необходимые и достаточные условия функциональной зависимости числовых функций многих переменных.

**Тема 16.** Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа.

Локальный экстремум числовой функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума в точке. Гладкие многообразия в  $\mathbb{R}^n$ , несобственные многообразия. Условный локальный экстремум числовой функции многих переменных, примеры. «Правило множителей» Лагранжа. Достаточный признак условного локального экстремума числовой функции многих переменных.

**Раздел 5. Числовые ряды**

**Тема 17.** Несобственные интегралы.

Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций, вычисление интегралов. Замена переменной, интегрирование по частям.

Признаки сходимости несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость

**Тема 18.** Числовые ряды.

Понятие числового ряда. Частичные суммы числового ряда. Сходящиеся числовые ряды. Геометрическая прогрессия. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости числового ряда. Критерий Коши сходимости числовых рядов.

Знакоположительные ряды. Необходимое и достаточное условие сходимости знакоположительного ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов (признак сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена, признак Раабе, признак Гаусса).

Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.


Признаки Абеля, Дирихле.

Арифметические операции над сходящимися рядами. Бесконечные произведения и их сходимость. Двойные и повторные ряды. Суммирование числовых рядов.

**Раздел 6. Функциональные последовательности и функциональные ряды**

**Тема 19.** Функциональные последовательности и ряды.

Функциональные последовательности. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей. Теоремы о непрерывности предельной функции, почленное интегрирование и дифференцирование функциональных последовательностей.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Функциональные ряды. Равномерная сходимость функциональных рядов. Достаточные условия равномерной сходимости функциональных рядов (признак Вейерштрасса, признаки Абеля и Дирихле).

Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Теорема Абеля о степенных рядах. Разложение функций в степенной ряд.

Ряд Тейлора. Достаточное условие разложения функции в степенной ряд.

Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора.

Применение рядов в приближенных вычислениях.

Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.

### **Тема 20. Ряды Фурье.**

Ортонормированные системы функций. Ряды Фурье по ортонормированным системам. Неравенство Бесселя. Замкнутость и полнота ортонормированных систем. Равенство Парсеваля. Тригонометрическая система и её замкнутость.

Тригонометрический ряд Фурье. Условия равномерной сходимости и сходимости в точке. Условия почленного дифференцирования и интегрирования.

Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Понятие об обратном преобразовании Фурье. Интеграл Фурье.

## **6. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ И СЕМИНАРСКИХ ЗАНЯТИЙ**

### **Раздел 1. Введение в математический анализ**

**Тема 1.** Множества и функции.

1. Множества и функции.

**Тема 2.** Поле действительных чисел.

2. Поле действительных чисел.

**Тема 3.** Предел последовательности.

3. Числовая последовательность, подпоследовательность.
4. Предел последовательности.
5. Вычисление пределов последовательностей.

**Тема 4.** Предел функции.

6. Предел функции в точке.
7. Раскрытие неопределённостей.
8. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел.
10. Вычисление пределов.
11. Эквивалентные бесконечно малые функции.
12. Раскрытие неопределённостей с помощью принципа замены эквивалентных бесконечно малых.
13. Контрольная работа по теме «Пределы».


**Тема 5.** Непрерывные функции.

14. Непрерывные функции.
15. Точки разрыва и их классификация.
16. Равномерная непрерывность функции.

### **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

**Тема 6.** Дифференцируемые функции.

17. Техника дифференцирования.
18. Геометрический смысл производной.
19. Дифференциал.
20. Производные и дифференциалы высших порядков.
21. Формула Лейбница.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

22. Решение различных задач по теме.

**Тема 7.** Основные теоремы дифференциального исчисления.

23. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

24. Формула Тейлора.

25. Раскрытие неопределённостей с помощью правила Лопиталья.

26. Раскрытие неопределённостей с помощью формулы Тейлора.

27. Контрольная работа по теме «Производная».

**Тема 8.** Исследование функций с помощью производных. Построение графика функции.

28. Нахождение промежутков монотонности, точек экстремума, наибольших и наименьших значений, промежутков выпуклости, точек перегиба.

29. Доказательство неравенств.

30. Исследование функций с помощью производной.

31. Построение графиков функций кривых, заданных параметрически и в полярных координатах.

32. Контрольная работа по теме «Применение производной».

33. Итоговое занятие.

### **Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной**

**Тема 9.** Первообразные и неопределённый интеграл.

34. Первообразная и неопределённый интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование.

35. Изучение методов интегрирования.

36. Классы интегрируемых функций.

**Тема 10.** Определённый интеграл Римана.

37. Вычисление определенных интегралов Римана с помощью правила Ньютона–Лейбница.

38. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

**Тема 11.** Длина и мера числовых подмножеств.

39. Контрольная работа по теме «Интегрирование»

40. Длина и мера числовых множеств.

41. Длина и мера числовых множеств.

**Тема 12.** Геометрические приложения интеграла.

42. Нахождение площадей фигур в декартовых координатах с помощью интегрирования.

43. Нахождение площадей фигур в полярных координатах с помощью интегрирования.

44. Нахождение длин кривых в декартовых координатах с помощью интегрирования.

45. Нахождение длин кривых в полярных координатах с помощью интегрирования.

46. Нахождение объёмов тел с помощью интегрирования.


47. Нахождение центров тяжести тел и фигур с помощью интегрирования.

48. Нахождение моментов инерции с помощью интегрирования.


49. Контрольная работа по теме «Геометрические приложения определённого интеграла».

### **Вопросы к теме**

1. Множества и операции над ними. Отношения на множествах.
2. Функции. Простейшая классификация функций. Свойства функций. Функция как отношение.
3. Мощность множества. Теорема Кантора-Бернштейна.
4. Счётные множества и их свойства. Мощность множества рациональных чисел.
5. Существование несчётных множеств. Континуум.
6. Мощность множества всех подмножеств данного множества.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

7. Принципы минимума и математической индукции для  $\mathbb{N}$ .
8. Определение поля и упорядоченного поля. Примеры.
9. Грани числовых множеств. Полное поле. Неполнота поля  $\mathbb{Q}$ .
10. Вещественные числа как бесконечные дроби. Плотность  $\mathbb{Q}$  в  $\mathbb{R}$ .
11. Принципы полноты поля  $\mathbb{R}$ .
12. Открытые и замкнутые множества в  $\mathbb{R}$ , их свойства.
13. Понятие секвенциальной компактности. Принцип Больцано-Вейерштрасса.
14. Понятие компактности. Лемма Бореля-Лебега.
15. Определение предела последовательности. Единственность. Ограниченность сходящейся последовательности.
16. Арифметические свойства предела последовательности.
17. Предельный переход в неравенствах для последовательностей.
18. Фундаментальность. Критерий Коши сходимости последовательности.
19. Теорема Вейерштрасса о пределе монотонной последовательности. Число  $e$ .
20. Подпоследовательность и частичный предел последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
21. Нижний и верхний пределы последовательности. Их свойства.
22. Предел функции в точке. Эквивалентность определений по Гейне и Коши.
23. Бесконечно малые и финально ограниченные величины. Их свойства.
24. Арифметические свойства предела функции.
25. Предельный переход в неравенствах для функций.
26. Первый и второй замечательные пределы.
27. Определение предела функции по базе. Примеры.
28. Предел композиции функций.
29. Критерий Коши существования предела функции.
30. Сравнение асимптотического поведения функций. Свойства  $o(f)$ ,  $O(f)$ .
31. Непрерывность функции в точке. Различные определения. Непрерывность основных элементарных функций.
32. Односторонние пределы. Точки разрыва функции и их классификация.
33. Колебание функции в точке. Критерий непрерывности Бэра.
34. Локальные свойства непрерывных функций: ограниченность, сохранение знака, непрерывность суммы, произведения, частного, композиции.
35. Теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и её следствие.
36. Теорема Вейерштрасса о максимальном значении.
37. Критерий непрерывности монотонной функции.
38. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
39. Теорема об обратной функции.
40. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Примеры вычисления. Односторонние производные.
41. Касательная. Различные подходы к её определению.
42. Производные суммы, произведения, частного.
43. Дифференцируемость функции в точке. Связь с существованием производной. Непрерывность дифференцируемой функции.
44. Дифференциал, его свойства, геометрический смысл.
45. Производная сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
46. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
47. Теоремы Ферма и Роля. Геометрический смысл теоремы Роля.
48. Теорема Лагранжа о конечном приращении и её геометрический смысл.
49. Теорема Коши и её геометрический смысл.
50. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и Коши.
51. Локальная формула Тейлора.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

52. Формулы Тейлора основных элементарных функций. Оценка остаточного члена. Приближённые вычисления.
53. Правило Лопиталя.
54. Условия монотонности функции. Необходимые условия внутреннего экстремума.
55. Достаточные условия экстремума ( в том числе в терминах высших производных). Выпуклая функция. Необходимые и достаточные условия выпуклости для дважды дифференцируемой функции. Точки перегиба.
56. Асимптоты кривых.
57. Первообразная и неопределённый интеграл, и их свойства.
58. Правило Остроградского интегрирования рациональных функций.
59. Определённый интеграл Римана, его единственность.
60. Необходимое условие интегрируемости по Риману.
61. Суммы Дарбу и формулы Дарбу.
62. Критерий Дарбу интегрируемости по Риману.
63. Числовые множества нулевой длины и нулевой меры. Их свойства.
64. Множество Кантора и его свойства.
65. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.
66. Длина и мера подмножеств  $\mathbb{R}$ . Множества, измеримые по Жордану.
67. Свойства интеграла Римана.
68. Непрерывность интеграла Римана, как функции верхнего предела.
69. Дифференцируемость интеграла Римана, как функции верхнего предела.
70. Первая и вторая интегральные теоремы о среднем.
71. Приложения определённого интеграла Римана.

#### **Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

##### **Тема 13.** Вещественные пространства и топология.

1. Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры.
2. Полные метрические пространства, полнота  $\mathbb{R}^n$ .
3. Критерий компактности в  $\mathbb{R}^n$ .

##### **Тема 14.** Вектор-функции многих переменных.


4. Понятие вектор-функции.
5. Функции ограниченной вариации.
6. Пути и кривые.
7. Длина кривой.
8. Касательные к кривым.
9. Решение задач по теме.

##### **Тема 15.** Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы.

10. Нахождение пределов функций многих переменных.
11. Вычисление частных производных и дифференциалов разных порядков функций многих переменных.
12. Разложение функций многих переменных в ряд Тейлора.
13. Применение дифференциалов к приближённым вычислениям
14. Изучение свойств многообразий, построение касательных к ним.

##### **Тема 16.** Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа.

15. Исследование функций нескольких переменных на экстремум.
16. Нахождение локальных экстремумов, в том числе и условных правилом множителей Лагранжа.
17. Выполнение замены переменных в дифференциальных уравнениях с частными производными.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## Раздел 5. Числовые ряды

### Тема 17. Несобственные интегралы.

18. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и их вычисление
19. Замена переменной в несобственных интегралах.
20. Интегрирование по частям.
21. Несобственные интегралы от неограниченных функций и их вычисление.
22. Замена переменной
23. Интегрирование по частям
24. Признаки сходимости несобственных интегралов.
25. Абсолютная и условная сходимость.
26. Признаки Абеля, Дирихле.

### Тема 18. Числовые ряды.

27. Числовой ряд и его сумма. Исследование сходимости числовых рядов по определению.
28. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши сходимости рядов.
29. Признаки сходимости знакоположительных рядов. Признак сравнения.
30. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши.
31. Признак Раабе. Признак Гаусса.
32. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости знакоположительных рядов.
33. Другие признаки сходимости знакоположительных рядов (признак сравнения Коши, логарифмический признак и т.д.).
34. Оценка остатка знакоположительного ряда.
35. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакочередующегося ряда.
36. Признак Абеля, признак Дирихле.
37. Умножение рядов.
38. Деление рядов
39. Бесконечные произведения
40. Решение задач по теме «Числовые ряды».


## Раздел 6. Функциональные последовательности и функциональные ряды

### Тема 19. Функциональные последовательности и ряды.

41. Функциональные последовательности. Поточечная сходимость функциональных последовательностей.
42. Равномерная сходимость функциональных последовательностей.
43. Функциональные ряды. Поточечная и равномерная сходимость функциональных рядов.
44. Степенные ряды. Область сходимости.
45. Решение задач.
46. Интегрирование степенных рядов.
47. Дифференцирование степенных рядов.
48. Ряд Тейлора. Разложение функций в ряд Тейлора.
49. Разложение функций в ряд Тейлора.
50. Суммирование степенных рядов.
51. Вычисление сумм числовых рядов.
52. Итоговое занятие по теме «Функциональные последовательности и ряды».
53. Контрольная работа 2 по теме «Функциональные последовательности и ряды».

### Тема 20. Ряды Фурье.


54. Ряды Фурье

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

55. Ряды Фурье четных и нечётных функций.
56. Ряды Фурье функций, заданных на отрезке  $[-l, l]$ .
57. Разложение функций, заданных на отрезке  $[0, l]$ , в ряд Фурье.


### Вопросы к теме

1. Топологические, нормированные и метрические пространства: определения и примеры. Метрики в  $\mathbb{R}^n$ .
2. Вариация вектор-функций. Теорема Жордана о функциях ограниченной вариации.
3. Пути и кривые в  $\mathbb{R}^n$ , длина кривой, касательная к кривой.
4. Полные метрические пространства, полнота  $\mathbb{R}^n$ .
5. Свойства непрерывных отображений метрических пространств.
6. Свойства компактных и секвенциально-компактных подмножеств метрических пространств.
7. Критерий компактности в  $\mathbb{R}^n$ .
8. Связные подмножества топологических пространств. Сохранение связности при непрерывных отображениях. Теорема Больцано.
9. Выпуклые и линейно-связные подмножества в  $\mathbb{R}^n$ .
10. Частные производные и теорема Шварца о равенстве смешанных частных производных.
11. Дифференцируемость функций многих переменных, дифференциал  $dF(x)$  отображения  $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  и его свойства. Матрица Якоби  $J_F(x)$ .
12. Достаточное условие дифференцируемости в точке.
13. Теорема о дифференциале сложной функции и «цепное правило»' вычисления частных производных.
14. Теорема о дифференциале обратной функции.
15. Формула Тейлора для гладких числовых функций многих переменных.
16. Второй дифференциал числовой функции многих переменных.
17. Локальный экстремум числовой функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия существования локального экстремума в точке.
18. Формулировки теоремы о локальном диффеоморфизме и теоремы о неявной функции и ее дифференциале.
19. Касательная плоскость к поверхностям в  $\mathbb{R}^n$ , определение и способы задания.
20. Гладкие многообразия в  $\mathbb{R}^n$ , неособые многообразия, примеры.
21. Условный локальный экстремум числовой функции многих переменных, примеры. «Правило множителей» Лагранжа.
22. Достаточный признак условного локального экстремума числовой функции многих переменных.
23. Необходимые и достаточные условия функциональной зависимости числовых функций многих переменных.
24. Несобственные интегралы 1 и 2 рода, их основные свойства. Вычисление несобственных интегралов.
25. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признак сравнения несобственных интегралов.
26. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
27. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов. Признаки Абеля и Дирихле сходимости несобственных интегралов.
28. Сходимость числового ряда. Гармонический ряд. Геометрическая прогрессия. Остаток числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда. Действия над рядами.
29. Критерий Коши сходимости числового ряда.
30. Признак сравнения знакоположительных рядов. Следствия.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

31. Признак Даламбера сходимости знакоположительного ряда.
32. Радикальный признак Коши сходимости знакоположительного ряда.
33. Признак Раабе сходимости знакоположительного ряда.
34. Признак Куммера сходимости знакоположительного ряда.
35. Признак Гаусса сходимости знакоположительного ряда.
36. Интегральный признак Коши-Маклорена сходимости знакоположительного ряда.
37. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница. Теорема об остатке знакочередующегося ряда.
38. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда.
39. Формулы дискретного преобразования Абеля.
40. Признаки Абеля и Дирихле сходимости числовых рядов.
41. Перестановка членов ряда. Теорема Дирихле о перестановке членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана о перестановке членов условно сходящегося ряда.
42. Группировка членов ряда.
43. Умножение рядов. Теорема о произведении абсолютно сходящихся рядов. Теорема Мертенса.
44. Теоремы о сходимости двойных и повторных рядов.
45. Бесконечные произведения и их сходимость. Признак абсолютной сходимости бесконечного произведения.
46. Сходимость и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов.
47. Критерий равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
48. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
49. Достаточные условия равномерной сходимости функциональных рядов (признак Вейерштрасса, признаки Абеля и Дирихле).
50. Свойства равномерно сходящихся функциональных последовательностей: предельный переход в функциональных последовательностях, условие коммутирования двух предельных переходов, непрерывность предельной функции.
51. Достаточное условие равномерной сходимости функциональной последовательности. Теорема Дини.
52. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: предельный переход, непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда. Теорема Дини.
53. Предельный переход под знаком интеграла, почленное интегрирование функциональных последовательностей и рядов.
54. Предельный переход под знаком производной, почленное дифференцирование функциональных последовательностей и рядов.
55. Сходимость в среднем функциональных последовательностей.
56. Равностепенная непрерывность последовательности функций. Теорема Арцела.
57. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости, интервал сходимости степенного ряда. Теорема Коши-Адамара.
58. Равномерная сходимость степенных рядов. Вторая теорема Абеля.
59. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
60. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.
61. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональным системам.
62. Ортонормированные системы функций. Неравенство Бесселя.
63. Ряды Фурье по ортонормированным системам. Сходимость ряда Фурье в среднем. Равенство Парсеваля.
64. Свойства рядов Фурье (экстремальное свойство, единственность ряда Фурье).
65. Теорема о свойствах замкнутых ортонормированных систем.



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

66. Свойства рядов Фурье. Теорема Рисса-Фишера.
67. Полнота тригонометрической системы в  $R([-l, l])$ .
68. Периодические функции и их свойства.
69. Тригонометрический ряд и его свойства.
70. Тригонометрический ряд Фурье. Ряды Фурье четных и нечетных функций. Ряд Фурье функции, интегрируемой на отрезке  $[-l, l]$ .
71. Неравенство Бесселя для тригонометрической системы функций.
72. Экстремальное свойство тригонометрических рядов Фурье.
73. Ряды Фурье в комплексной области.
74. Интегральное представление частичной суммы ряда Фурье.
75. Ядра Дирихле и их свойства.
76. Сходимость ряда Фурье в точке.
77. Достаточные условия сходимости ряда Фурье в точке.
78. Суммирование рядов Фурье методом средних арифметических. Ядра Фейера и их свойства.
79. Теорема Фейера.
80. Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции тригонометрическим многочленом.


## 7. ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ, КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ, РЕФЕРАТОВ

Выполнение курсовых работ и рефератов учебным планом не предусмотрено. Примерные варианты и типовые задание контрольных работ представлены ниже, в разделе ФОС.

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

### 1 семестр


1. Множество действительных чисел. Сравнение действительных чисел. Теорема о точной верхней грани.
2. Приближение действительных чисел рациональными.
3. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества действительных чисел.
4. Определение предела последовательности. Единственность предела. Ограниченность сходящейся последовательности.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
6. Свойства пределов последовательностей.
7. Предельный переход в неравенствах. Теорема о двух милиционерах.
8. Монотонные последовательности. Существование предела.
9. Число  $e$ .
10. Принцип вложенных отрезков.
11. Теорема Гейне-Бореля-Лебега.
12. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
13. Предельные точки последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
14. Критерий Коши сходимости последовательностей.
15. Предел функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
16. Арифметические свойства пределов функций.
17. Непрерывность функций в точке. Арифметические свойства непрерывных функций.
18. Локальные свойства непрерывных функций.
19. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции.
20. Теорема Вейерштрасса о достижимости минимального и максимального значений непрерывной на отрезке функции.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

21. Теорема Вейерштрасса о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции.
22. Теорема о непрерывности обратной функции.
23. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций.
24. Непрерывность простейших элементарных функций. Теорема о непрерывности элементарных функций.
25. Первый замечательный предел.
26. Второй замечательный предел.
27. Определение производной и дифференцируемость функции. Непрерывность дифференцируемой функции.
28. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной.
29. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
30. Дифференцирование обратной функции.
31. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций.
32. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
33. Возрастание (убывание) функции в точке. Локальный экстремум. Необходимое условие экстремума.
34. Теорема Ролля.
35. Теорема Лагранжа о конечных приращениях.
36. Формула Коши.
37. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида «ноль на ноль».
38. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенностей вида «бесконечность на бесконечность».
39. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Коши.
42. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.
43. Выпуклость графика функции. Точки перегиба. Необходимые условия.
44. Нахождение наклонных асимптот

## 2 семестр

1. Первообразная. Неопределенный интеграл. Замена переменных в неопределенном интеграле. Метод интегрирования по частям.
2. Интегрирование рациональных функций.
3. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
4. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.
5. Интегрирование квадратичных иррациональностей.
6. Определение интеграла Римана. Единственность интеграла.
7. Ограниченность интегрируемой функции.
8. Свойство линейности интеграла Римана.
9. Суммы Дарбу и их простейшие свойства. Интегралы Дарбу.
10. Лемма Дарбу.
11. Критерий интегрируемости.
12. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Интегрируемость непрерывных функций.
13. Интегрируемость произведения интегрируемых функций.
14. Свойство аддитивности определенного интеграла.
15. Интегрирование неравенств. Теорема о среднем.
16. Формула Ньютона-Лейбница.
17. Длина кривой и формула для ее вычисления.
18. Числовые ряды. Сумма ряда. Критерий Коши. Необходимое условие сходимости.
19. Признаки сравнения для рядов с положительными членами.
20. Основные признаки сходимости для рядов с положительными членами: признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

21. Абсолютная и условная сходимость рядов. Признаки Даламбера и Коши для абсолютной сходимости рядов.
22. Ряды Лейбница. Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
23. Престановка членов ряда в абсолютно и условно сходящихся рядах.
24. Поточечная и равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости рядов. Признак Вейерштрассаравномерной сходимости рядов.
25. Теорема о перестановке пределов. Почленныйпереход к пределу в рядах. Непрерывность суммы ряда.
26. Почленноеинтегрированиерядов.
27. Почленноедифференцированиерядов.
28. Основная теорема о степенных рядах. Радиус и интервал сходимости. Равномерная сходимость степенных рядов. Непрерывность суммы степенного ряда.
29. Почленноеинтегрирование и дифференцирование степенных рядов.
30. Теорема Абеля.
31. ТеоремаВейерштрасса о равномерномприближенииинепрерывных функций полиномами.
32. Ряды Тейлора. Сходимость ряда Тейлора для функций с равномерно ограниченными производными. Ряды Тейлора для основных элементарных функций.
33. Абстрактный рядФурье. Неравенство Бесселя. Сходимость к нулю коэффициентов Фурье.
34. Замкнутость ортонормированной системы. Равенство Парсевала.
35. Тригонометрическаяортонормированная система. ТригонометрическийрядФурье.
36. Замкнутость тригонометрической системы. Сходимость ряда Фурье в среднем.
37. Формулы для частичных сумм ряда Фурье.
38. Сходимость ряда Фурье.

## 9. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ

Не предусмотрено

## 10. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

### Раздел 1. Введение в математический анализ

**Тема 1.** Множества и функции.

Счётные множества и их свойства. Мощность множества всех подмножеств данного множества.

**Тема 2.** Поле действительных чисел.

Неполнота поля  $\mathbb{Q}$ . Плотность  $\mathbb{Q}$  в  $\mathbb{R}$ . Принципы полноты поля  $\mathbb{R}$ .

**Тема 3.** Предел последовательности.

Ограниченность сходящейся последовательности.

**Тема 4.** Предел функции.

Бесконечно малые и финально ограниченные величины. Их свойства.

**Тема 5.** Непрерывные функции.

Глобальные свойства: теорема Больцано-Коши о промежуточном значении и её следствие.

Теорема Вейерштрасса о максимальном значении.

**Тема 6.** Дифференцируемые функции.

Дифференциал, его свойства, геометрический смысл.

**Тема 7.** Основные теоремы дифференциального исчисления.

Локальная формула Тейлора. Оценка остаточного члена.


**Тема 8.** Условия монотонности функции. Необходимые условия внутреннего экстремума.

### Раздел 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

**Тема 9.** Первообразные и неопределённый интеграл.

Подстановки Эйлера.

**Тема 10.** Определённый интеграл Римана.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Свойства интеграла Римана: аддитивность по мере, линейность, замена переменных и интегрирование по частям.

**Тема 11.** Длина и мера числовых подмножеств.

Длина и мера числовых подмножеств.

**Тема 12.** Геометрические приложения интеграла.

Нахождение центров тяжести фигур и тел, а также – моментов.

**Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

**Тема 13.** Вещественные пространства и топология.

Свойства компактных и секвенциально–компактных подмножеств метрических пространств. Критерий компактности в  $R^n$ . Связные подмножества топологических пространств. Сохранение связности при непрерывных отображениях. Теорема Больцано. Выпуклые и линейно-связные подмножества в  $R^n$ .

**Тема 14.** Вектор-функции многих переменных.

Пути и кривые в  $R^n$ , длина кривой, касательная к кривой.

**Тема 15.** Пределы, непрерывность, частные производные и дифференциалы.

Формула Тейлора для гладких числовых функций многих переменных. Второй дифференциал числовой функции многих переменных. Формулировки теоремы о локальном диффеоморфизме и теоремы о неявной функции и её дифференциале. Касательная плоскость к поверхностям в  $R^n$ , определение и способы задания. Необходимые и достаточные условия функциональной зависимости числовых функций многих переменных.

**Тема 16.** Исследование экстремумов числовых функций с помощью правила множителей Лагранжа.

Гладкие многообразия в  $R^n$ , неособые многообразия. Условный локальный экстремум числовой функции многих переменных, примеры.

**Раздел 5. Числовые ряды**

**Тема 17.** Несобственные интегралы.

Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций, вычисление интегралов.

Признаки сходимости несобственных интегралов. Абсолютная и условная сходимость

**Тема 18.** Числовые ряды.

Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды.

Признаки Абеля, Дирихле.

Арифметические операции над сходящимися рядами. Бесконечные произведения и их сходимость. Двойные и повторные ряды. Суммирование числовых рядов.

**Раздел 6. Функциональные последовательности и функциональные ряды**

**Тема 19.** Функциональные последовательности и ряды.


Применение рядов в приближенных вычислениях.

Теорема Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывной функции многочленами.

**Тема 20.** Ряды Фурье.

Замкнутость и полнота ортонормированных систем. Условия почленного дифференцирования и интегрирования.

Преобразование Фурье. Свойства преобразования Фурье. Понятие об обратном преобразовании Фурье. Интеграл Фурье.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

#### основная:

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473026>
2. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 460 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00464-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469171>
3. Садовнича, И. В. Математический анализ. Функции многих переменных : учебник и практикум для вузов / И. В. Садовнича, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06584-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473000>

#### дополнительная:

1. Далингер, В. А. Методика обучения началам математического анализа : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 162 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09598-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/470430>
2. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473425>
3. Никитин, А. А. Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 353 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8585-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/469117>
- 4.1. Садовнича, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. Часть 1 : учебное пособие для вузов / И. В. Садовнича, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 242 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05714-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473161>
- 4.2. Садовнича, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. Часть 2 : учебное пособие для вузов / И. В. Садовнича, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 199 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06672-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473206>
5. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 187 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/473162>

#### учебно-методическая:

1. Вельмисова, С. Л. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математический анализ» для студентов 1 курса инженерно-физического факультета высоких технологий всех форм обучения / С. Л. Вельмисова ; УлГУ, ИФФВТ. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 398 КБ). - Ульяновск : УлГУ, 2019. - Режим доступа: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/6249>

Библиотекарь ООП / Чамеева А.Ф. / 10.06.2021  
(Должность) (ФИО) (подпись) (дата)


### б) Программное обеспечение: МойОфис Стандартный, Альт Рабочая станция 8.

### в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы:

#### 1. Электронно-библиотечные системы:

1.1. IPRbooks : электронно-библиотечная система : сайт / группа компаний Ай Пи Ар Медиа. - Саратов, [2021]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru>. — Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

1.2. ЮРАЙТ : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. — Москва, [2021]. - URL: <https://urait.ru>. — Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

1.3. Консультант студента : электронно-библиотечная система : сайт / ООО Политехресурс. – Москва, [2021]. – URL: <https://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.4. Лань : электронно-библиотечная система : сайт / ООО ЭБС Лань. – Санкт-Петербург, [2021]. – URL: <https://e.lanbook.com>. – Режим доступа: для зарегистрир. пользователей. – Текст : электронный.

1.5. **Znanium.com** :электронно-библиотечная система : сайт / ООО Знаниум. - Москва, [2021]. - URL: <http://znanium.com> . – Режим доступа : для зарегистрир. пользователей. - Текст : электронный.

**2. КонсультантПлюс** [Электронный ресурс]: справочная правовая система. /ООО «Консультант Плюс» - Электрон.дан. - Москва :КонсультантПлюс, [2021].

### **3. Базы данных периодических изданий:**

3.1. База данных периодических изданий : электронные журналы / ООО ИВИС. - Москва, [2021]. – URL: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

3.2. eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека : сайт / ООО Научная Электронная Библиотека. – Москва, [2021]. – URL: <http://elibrary.ru>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный

3.3. «Grebennikon» : электронная библиотека / ИД Гребенников. – Москва, [2021]. – URL: <https://id2.action-media.ru/Personal/Products>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Текст : электронный.

**4. Национальная электронная библиотека:** электронная библиотека : федеральная государственная информационная система : сайт / Министерство культуры РФ ; РГБ. – Москва, [2021]. – URL:<https://нэб.рф>. – Режим доступа: для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.

**5. SMARTImagebase** // EBSCOhost : [портал]. – URL: <https://ebSCO.smartimagebase.com/?TOKEN=EBSCO-1a2ff8c55aa76d8229047223a7d6dc9c&custid=s6895741>. – Режим доступа : для авториз. пользователей. – Изображение : электронные.

### **6. Федеральные информационно-образовательные порталы:**

6.1. Единое окно доступа к образовательным ресурсам : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://window.edu.ru/> . – Текст : электронный.

6.2. Российское образование : федеральный портал / учредитель ФГАОУ ДПО ЦРГОП и ИТ. – URL: <http://www.edu.ru>. – Текст : электронный.

### **7. Образовательные ресурсы УлГУ:**

7.1. Электронная библиотека УлГУ : модуль АБИС Мега-ПРО / ООО «Дата Экспресс». – URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>. – Режим доступа : для пользователей научной библиотеки. – Текст : электронный.


Согласовано:

зам. нач. УИТиТФИО | Ключкова АВ | 9.06.2021  
Должность сотрудника УИТиТФИО      ФИО      Подпись      дата

### **12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ:**

Аудитории для проведения лекций, семинарских занятий, для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, групповых и индивидуальных консультаций.

Аудитории укомплектованы специализированной мебелью, учебной доской. Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной инфромационно-образовательной среде, электронно-библиотечной системе. Перечень оборудования, используемого в учебном процессе, указывается в соответствии со сведениями о материально-техническом обеспечении

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

и оснащенности образовательного процесса, размещенными на официальном сайте УлГУ в разделе «Сведения об образовательной организации».

### **13. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

В случае необходимости, обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося) могут предлагаться одни из следующих вариантов восприятия информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

для лиц с нарушениями зрения: в печатной форме увеличенным шрифтом; в форме электронного документа; в форме аудиофайла (перевод учебных материалов в аудиоформат); в печатной форме на языке Брайля; индивидуальные консультации с привлечением тифлосурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

для лиц с нарушениями слуха: в печатной форме; в форме электронного документа; видеоматериалы с субтитрами; индивидуальные консультации с привлечением сурдопереводчика; индивидуальные задания и консультации;

для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата: в печатной форме; в форме электронного документа; в форме аудиофайла; индивидуальные задания и консультации.

В случае необходимости использования в учебном процессе частично/исключительно дистанционных образовательных технологий, организация работы ППС с обучающимися с ОВЗ и инвалидами предусматривается в электронной информационно-образовательной среде с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.


Разработчик




доцент

Бурмистрова В.Г.


10.06.21г.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Содержание изменения или ссылка на прилагаемый текст изменения	ФИО заведующего кафедрой, реализующей дисциплину/выпускающей кафедрой	Подпись	Дата
1	Внесение изменений в п.п. а) список рекомендуемой литературы в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы п. 11 «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» с оформлением приложения 1	Варнаков В.В.		31.08.2022
2	Внесение изменений в п.п. а) список рекомендуемой литературы в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы п. 11 «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» с оформлением приложения 1	Варнаков В.В.		30.08.2023
3	Внесение изменений в п.п. а) список рекомендуемой литературы в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы п. 11 «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» с оформлением приложения 1	Варнаков В.В.		29.08.2024



Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Приложение №1

## 11. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### а) Список рекомендуемой литературы

#### основная:

1. Капкаева, Л. С. Математический анализ: теория пределов, дифференциальное исчисление : учебное пособие для вузов / Л. С. Капкаева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 246 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04898-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492956>
2. Никитин, А. А. Математический анализ. Углубленный курс : учебник и практикум для вузов / А. А. Никитин, В. В. Фомичев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 460 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00464-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489278>

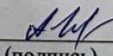
#### дополнительная:

1. Далингер, В. А. Методика обучения началам математического анализа : учебник и практикум для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 162 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09598-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490911>
2. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493329>
3. Никитин, А. А. Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 353 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8585-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489227>
4. Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. **Часть 1** : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 242 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05714-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493086>  
Садовничая, И. В. Математический анализ: определенный интеграл в 2 ч. **Часть 2** : учебное пособие для вузов / И. В. Садовничая, Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 199 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06672-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493129>
5. Хорошилова, Е. В. Математический анализ: неопределенный интеграл : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 187 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05715-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/493087>

#### учебно-методическая:

1. Вельмисова, С. Л. Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Математический анализ» для студентов 1 курса инженерно-физического факультета высоких технологий всех форм обучения / С. Л. Вельмисова ; УлГУ, ИФФВТ. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 398 КБ). - Ульяновск : УлГУ, 2019. — URL: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/6249>


Согласовано:

Ведущий специалист ООП НБ УлГУ / Чамеева А.Ф. /  / 28.04. 2022  
(Должность работника научной библиотеки) (ФИО) (подпись) (дата)

### в) Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы:

#### 1. Электронно-библиотечные системы:

- а. **IPRbooks**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система/ группа компаний Ай

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

Пи Эр Медиа. - Электрон. дан. - Саратов, [2022]. - Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru>.

b. **ЮРАЙТ**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система/ ООО Электронное издательство ЮРАЙТ. - Электрон. дан. – Москва, [2022]. - Режим доступа: <https://www.biblio-online.ru>.

c. **Консультант студента** [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система/ ООО Политехресурс. - Электрон. дан. – Москва, [2022]. - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/pages/catalogue.html>.

d. **Лань**[Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система/ ООО ЭБС Лань. - Электрон. дан. – С.-Петербург, [2022]. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com>.

e. **Znanium.com** [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система/ ООО Знаниум. - Электрон. дан. – Москва, [2022]. - Режим доступа: <http://znanium.com>.

2. **КонсультантПлюс**[Электронный ресурс]: справочная правовая система/ Компания «Консультант Плюс». - Электрон. дан. - Москва: КонсультантПлюс, [2022].

3. **База данных периодических изданий** [Электронный ресурс]: электронные журналы/ ООО ИВИС. - Электрон. дан. - Москва, [2022]. - Режим доступа: <https://dlib.eastview.com/browse/udb/12>.

4. **Национальная электронная библиотека** [Электронный ресурс]: электронная библиотека. - Электрон. дан. – Москва, [2022]. - Режим доступа: <https://нэб.рф>.

5. **Электронная библиотека диссертаций РГБ** [Электронный ресурс]: электронная библиотека/ ФГБУ РГБ. - Электрон. дан. – Москва, [2022]. - Режим доступа: <https://dvs.rsl.ru>.

6. **Федеральные информационно-образовательные порталы:**

a. Информационная система Единое окно доступа к образовательным ресурсам. Режим доступа: <http://window.edu.ru>.

b. Федеральный портал Российское образование. Режим доступа: <http://www.edu.ru>.

7. **Образовательные ресурсы УлГУ:**

a. Электронная библиотека УлГУ. Режим доступа: <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Web>.

b. Образовательный портал УлГУ. Режим доступа: <http://edu.ulsu.ru>.

8. **Профессиональные информационные ресурсы:**

8.1. [Электронный ресурс]. URL: <http://fasie.ru> – сайт Фонда содействия развитию

8.2. [Электронный ресурс]. URL: <http://kremlin.ru/events/councils/by-council/6/53313>.

8.3. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.grandars.ru/student/marketing/novyuy-produkt.html>

8.4. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.mckinsey.com/business-functions/risk/our-insights/mckinsey-on-risk>. - McKinsey on Risk. Issue 1, 2016.

8.5. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.pattern-cr.ru/>.

8.6. [Электронный ресурс]. URL: <https://fpi.gov.ru> – официальный сайт фонда содействия перспективных исследований

8.7.[Электронный ресурс]. URL: <https://habrahabr.ru/company/friifond/blog/293444/>. – ФРИИ Фонд «Идеальная презентация для стартапа».

8.8. [Электронный ресурс]. URL: <https://rusability.ru/internet-marketing/43-luchshih-sayta-dlya-marketologov/>.

8.9. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.rvc.ru> – официальный сайт фонда Российской венчурной компании


8.7. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.rvc.ru/eco/> - сайт о национальной технологической инициативе и технологическом развитии

8.8.[Электронный ресурс]. URL: [https://www.ted.com/talks/charles\\_leadbeater\\_on\\_innovation?language=ru](https://www.ted.com/talks/charles_leadbeater_on_innovation?language=ru). Чарльз Лидбитер об инновациях.

8.9. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/channel/UCp0z-UFvKUBfKtVNBlgyX7A>. Подборка видео с международного форума «Открытые инновации».

8.10.[Электронный ресурс]. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=M9JHYTqcZng>. - Джобс. Империя соблазна / Фильм / HD

8.11. Блог про инновации. Режим доступа: <http://helpinn.ru/luchshiy-film-pro-innovatsii>.

Министерство науки и высшего образования РФ Ульяновский государственный университет	Форма	
Ф - Рабочая программа дисциплины		

8.12. Все о лицензиях. Режим доступа: <https://prava.expert/litsenzii/что-это-такое.html>

Согласовано:

*Зам нач УИТиТ*  
\_\_\_\_\_

Должность сотрудника УИТиТ

*Ключкова М.А.*  
\_\_\_\_\_

ФИО

*12.01.2020*  
\_\_\_\_\_

подпись

дата